



Influencia significativa del uso de registros semióticos aplicando una propuesta didáctica

Significant influence of the use of semiotic registers applying a didactic proposal

Influencia significativa del uso de registros semióticos aplicando una propuesta didáctica

ARTÍCULO DE INVESTIGACIÓN

Diana Judith Quintana Sánchez

dquintanas@unp.edu.pe

<https://orcid.org/0000-0002-6864-8191>

Universidad Nacional de Piura, Piura, Perú

Luis Vicente Mejía Alemán

lmejiaa@unp.edu.pe

<https://orcid.org/0000-0003-4495-9961>

Universidad Nacional de Piura, Piura, Perú

Carlos Ignacio Gallo Aguila

cgalloa@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-1382-0545>

Universidad César Vallejo, Piura, Perú

Artículo recibido el 21 de febrero 2022 | Aceptado el 16 de marzo 2022 | Publicado el 28 de Mayo 2022

RESUMEN

La enseñanza de la matemática exige la revisión de distintos enfoques para actualizar visiones y maneras de abordarla en la comunidad estudiantil actual. De allí la importancia de la teoría de registros de representación semiótica de Duval, pues expresa que el empleo de sistemas de representaciones y el pensamiento numérico es ineludible por sus alcances a nivel de semiosis y comunicación de dichas representaciones. El objetivo de esta investigación fue demostrar la influencia significativa de una propuesta didáctica basada en la teoría de registros semióticos de Raymond Duval en el desarrollo de la capacidad para resolver problemas de optimización empleando las derivadas en los estudiantes de la asignatura de Cálculo I de la Escuela Profesional de Matemática de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional de Piura (UNP). Con respecto a la metodología, el enfoque fue cuantitativo, de tipo longitudinal y de nivel explicativo con un diseño experimental pre – experimental. La población de estudio estuvo constituida por veintios estudiantes de la asignatura de Cálculo I durante el semestre 2014 II. Se aplicó pretest y posttest que permitió confirmar la hipótesis general que sostiene que la aplicación de la propuesta mejora la capacidad de resolución de problemas de optimización, se Concluye que el uso de varios registros de representación semiótica potenciar las habilidades matemáticas.

Palabras clave: Registro de representación; Semiótica; Capacidad; Resolución de problemas

ABSTRACT

The teaching of mathematics requires the review of different approaches to update visions and ways of approaching it in the current student community. Hence the importance of Duval's theory of semiotic representation registers, since it expresses that the use of representation systems and numerical thinking is unavoidable due to its scope at the level of semiosis and communication of said representations. The objective of this research was to demonstrate the significant influence of a didactic proposal based on Raymond Duval's theory of semiotic registers in the development of the ability to solve optimization problems using derivatives in the students of the Calculus I subject of the School Mathematics professional from the Faculty of Sciences of the National University of Piura (UNP). Regarding the methodology, the approach was quantitative, longitudinal and explanatory with a pre-experimental experimental design. The study population consisted of twenty students of the Calculus I course during the 2014 II semester. Pre-test and post-test were applied, which confirmed the general hypothesis that the application of the proposal improves the ability to solve optimization problems. It is concluded that the use of several registers of semiotic representation enhance mathematical skills.

Key words: Proxy registration; Semiotics; Ability; Problem resolution

RESUMO

O ensino de matemática requer a revisão de diferentes abordagens para atualizar visões e formas de abordá-la na comunidade estudiantil atual. Daí a importância da teoria dos registros de representação semiótica de Duval, pois expressa que o uso de sistemas de representação e pensamento numérico é inevitável devido ao seu alcance ao nível da semiose e comunicação das referidas representações. O objetivo desta pesquisa foi demonstrar a influência significativa de uma proposta didática baseada na teoria dos registros semióticos de Raymond Duval no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas de otimização usando derivadas nos alunos da disciplina de Cálculo I do profissional de Matemática Escolar do Faculdade de Ciências da Universidade Nacional de Piura (UNP). Quanto à metodologia, a abordagem foi quantitativa, longitudinal e explicativa com delineamento experimental pré-experimental. A população do estudo foi composta por vinte alunos do curso de Cálculo I durante o semestre de 2014 II. Foram aplicados pré-teste e pós-teste, que confirmaram a hipótese geral de que a aplicação da proposta melhora a capacidade de resolução de problemas de otimização, concluindo-se que o uso de diversos registros de representação semiótica aprimora as habilidades matemáticas.

Palavras-chave: Registro de procuração; Semiótica; Habilidade; Resolução de problemas

INTRODUCCIÓN

Un problema frecuente en la enseñanza de los primeros ciclos de la UNP en el área de matemáticas es el alto número de estudiantes reprobados en la asignatura de Matemática I siendo una las razones la falta de conocimiento y habilidades que debieron adquirir previamente. En el caso de los estudiantes de la asignatura de Cálculo I reconocen la derivada como un operador y lo emplean para realizar cálculos, pero presentan problemas para distinguir la derivada en diversas situaciones de contexto y como consecuencia no logran resolver problemas de optimización eficientemente, lo cual ocasiona que se sientan desmotivados ante la idea de aprender matemáticas. Frente a esta situación, se expone, como alternativa de solución, la propuesta didáctica antes mencionada lo que representa una respuesta ante la problemática planteada y una corroboración de la teoría de Raymond Duval.

A partir de este diagnóstico de necesidades y basados en la Didáctica de la Matemática desde la ciencia, en el tema de Cálculo Diferencial y tomando como referencia la teoría de registros de representación semiótica, se diseñó, aplicó y evaluó una propuesta didáctica que tuvo como objetivo demostrar la influencia significativa del uso de registros semióticos de la teoría de Raymond Duval aplicando una propuesta didáctica para el desarrollo de la capacidad para resolver problemas de optimización empleando las derivadas en los estudiantes de la asignatura de Cálculo I de la Escuela Profesional de Matemática de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional de Piura (UNP).

En la comunidad científica, que desde diversas áreas se ha interesado por los problemas relacionados con la educación de las matemáticas, se ha destacado

en los últimos años, principalmente en Francia, un grupo de estudiosos donde sobresalen los nombres Brousseau, Chevalard, Duval, Vergnaud, entre otros, que se han esforzado por realizar una reflexión teórica sobre el objeto y los métodos de investigación específicos de esta área.

La Didáctica de la Matemática es entendida por Brousseau (2000) como una disciplina científica que estudia todo lo vinculado a la enseñanza de la matemática sin importar la perspectiva o campo de estudio desde el cual se asuma la investigación, para este autor el estudio psicológico de los comportamientos matemáticos del alumno en situación escolar o no, el estudio antropológico o etnológico de la actividad de los profesores, el estudio lingüístico de los discursos escolares sobre los fenómenos de azar forman parte de esta disciplina y, al igual que Chevallard (2013), señala la importancia de comprender la forma que los estudiantes se apropian de los conocimientos matemáticos y de qué manera hacen sus representaciones para llevar los procesos de enseñanza-aprendizaje en esta área de la mejor forma y lograr que estos se mantengan interesados en continuar aprendiendo contenidos de esta área.

Entre las teorías que explican cómo los estudiantes se apropian de determinados contenidos matemáticos, está la desarrollada por Raymond Duval, psicólogo y matemático francés. Quien se desempeña en la actualidad como profesor de la Universidad del Litoral y director de estudios de la Academia de Lila en Francia y ha consolidado su trayectoria investigativa en el Instituto de Investigaciones en Educación Matemática (IREM de Estrasburgo) a través de amplias observaciones de las actividades de docentes y estudiantes, su línea de investigación ha estado orientada la manipulación

de representantes dentro de un sistema matemático de signos y sobre los problemas de conversión de representaciones entre dos o más sistemas de un mismo objeto matemático, generando una nueva idea que es la de registro de representación semiótica.

Para Duval (2004), un registro es un signo en la forma más amplia de la palabra: trazos, íconos, símbolos, entre otros. Los registros son formas de expresión y de representación caracterizados precisamente por sus respectivos sistemas semióticos. El mismo autor afirma que el aprendizaje de las matemáticas constituye un campo de estudio privilegiado para el análisis de las actividades cognitivas fundamentales, tales como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión de textos. Asimismo, señala que el aprendizaje de las matemáticas es particular porque hace que estas actividades cognitivas requieran de la utilización de sistemas de expresión y de representación distinta a los del lenguaje natural o de las imágenes.

Las investigaciones en el campo de la semiótica en la enseñanza de las matemáticas no se ha quedado solo en el continente europeo, sino que ha ido tomando auge también en países latinoamericanos, en donde se encontraron algunos aportes que son necesario mencionar como antecedentes, en primer lugar a Gutiérrez Otálora y Parada Landazábal (2007), quienes concluyeron que la inclusión de actividades que propicien la conversión partiendo del registro verbal con el enunciado del problema pasando al registro gráfico para visualizar mejor la información, luego al registro algebraico para hacer el tratamiento matemático y finalmente el regreso al registro verbal para transmitir los resultados hacer supuestos y conjeturas de esta forma los estudiantes

desarrollen un pensamiento crítico y reflexivo. Y en segundo término, Morales Martínez (2013), quien, en su tesis, comprobó que la actividad matemática se fundamenta en las transformaciones sobre los registros semióticos y que las mayores dificultades se presentan cuando la actividad matemática se realiza sobre registros multifuncionales (registros verbal y gráfico) y que los tratamientos son los más abundantes en la actividad matemática, siendo la conversión aquella transformación semiótica que permite el paso de un registro de mayor dificultad cognitiva a otro de menor dificultad con la finalidad de realizar tratamientos con mayor facilidad.

Después de lo antes mencionado, es preciso resaltar que se justifica el presente estudio pues consolida un espacio para la revisión de nuevas maneras de abordar teóricamente la enseñanza de una ciencia que no pierde relevancia en las comunidades académicas. A esto se suma que la investigación se enmarcó en el campo de la Didáctica de la Matemática y desde ese ámbito se proponen aportes vinculados con la tecnología educativa, los cuales pueden ser de provecho para docentes en contextos no experimentales.

MÉTODO

En esta investigación, se asumió el paradigma cuantitativo con diseño experimental de tipo preexperimental ya que, de acuerdo a su finalidad, la intención fue observar y medir la variable de este estudio, se siguió el método deductivo que se caracteriza por ir de lo general a lo particular, es decir, de las teorías e hipótesis a los datos y éstos recibieron un tratamiento estadístico. Esto se debe a que más que conocer la realidad su intención fue transformarla, es decir, no se limitó a estudiar el comportamiento de la variable dependiente, sino

que se buscó mejorarlo mediante la aplicación del tratamiento experimental.

Desde otras perspectivas, la investigación fue de naturaleza tecnológica y longitudinal, pues se estudió la evolución de la variable dependiente a través de la comparación de los resultados obtenidos antes, durante y después de la aplicación de la propuesta. En cuanto al nivel está ubicado en lo descriptivo ya que se asumió una relación de causalidad entre la capacidad de resolver problemas de optimización y el tratamiento experimental consistente en la Propuesta Didáctica Basada en la Teoría de Registros Semióticos. La población estudiada estuvo conformada por los estudiantes de la Facultad de Ciencias de la UNP siendo la muestra de tipo no aleatoria específicamente los estudiantes inscritos en la asignatura de Cálculo I en el semestre 2014 –II de la institución mencionada.

Desde la visión de la semiótica en la aplicación de la propuesta didáctica se emplearon diversas técnicas como la lectura comprensiva, el subrayado y el parafraseo de manera que los estudiantes se familiarizaran, comprendieran el problema y finalmente comunicaran el significado de las ideas matemáticas usando diferentes registros de representación, para ello los estudiantes resolvieron problemas con ayuda de la heurísticas como razonamiento directo, ensayo y error, solución de ecuaciones, entre otros y se emplearon los registros de representación como una estrategia para lograr la solución de los problemas matemáticos propuestos.

Para la recolección de la información se trabajó la técnica de la observación y test (pretest y postes) con los instrumentos de guía de observación y prueba escrita respectivamente. La validación de los instrumentos se realizó a través de juicio de expertos para lo que se contó con Licenciados en Matemática: uno de la UNP con grado de Doctor y los dos con

título de Magister en Educación pertenecientes a la Pontificia Universidad Católica y la fiabilidad se expresó a través de la estrategia de contraste continuo y el uso de material de referencias.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Debido a que la investigación estuvo orientada a demostrar la influencia de la ampliación de los registros semióticos en la enseñanza de las matemáticas, específicamente en estudiantes de Cálculo I de la facultad de Ciencias de la Escuela de Física de la UNP se expresarán los resultados en tres momentos: antes, durante y después del desarrollo de la propuesta didáctica planteada en esta investigación, para luego hacer una comparación entre los resultados obtenidos antes y después de su aplicación.

Antes de la aplicación de la propuesta didáctica

Lo primero que se hizo fue demostrar que los datos de la variable de estudio estaban dispuestos de acuerdo a la distribución normal. Para ello, los resultados de la prueba de entrada o pretest fueron sometidos a la prueba de normalidad de Shapiro-Wilk demostrando que efectivamente los datos siguen una distribución normal. Esto respondió a que el p-valor (Sig.) es mayor al nivel de significancia del 5% que fue el nivel con el que se realizaron las pruebas de hipótesis (Ver Tabla 1). También mediante la figura Q-Q normal se corroboró la distribución normal de los datos. Esto se evidencia dado que los datos se ajustan a la recta de normalidad (Ver Figura 1). También mediante la figura Q-Q normal se comprobó la distribución normal de los datos. Esto se evidencia dado que los datos se ajustan a la recta de normalidad.

Tabla 1. Prueba de normalidad de Shapiro-Wilk.

Estadístico	Gl	Sig.
0,921	22	0,08

Fuente: Datos del pretest.

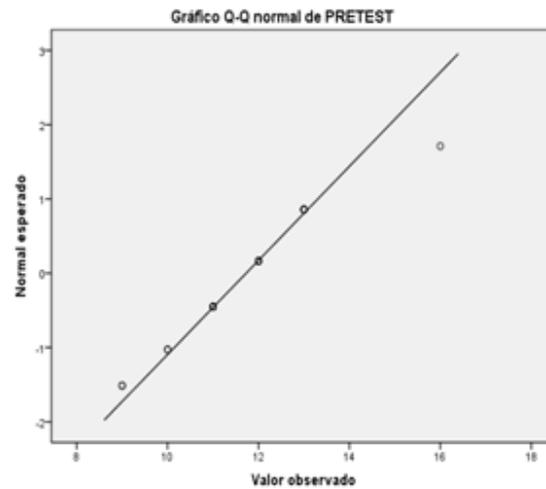


Figura 1. Q-Q normal de pretest.

Luego de esta comprobación, se hallaron los estadísticos descriptivos de los resultados del pretest o prueba de entrada (Ver Tabla 2).

Tabla 2. Resultados del pretest, según estadísticos descriptivos.

Estadísticos descriptivos	Valor
Media	11,73
Mediana	12
Moda*	11
Desviación estándar	1,57
Varianza	2,49
Mínimo	9
Máximo	16
Rango	7

(*) Se muestra la menor de las modas.

Fuente: Datos del pretest.

Con la media y la desviación típica de la tabla anterior, se construyeron las categorías de la calificación estadística de los resultados tanto del pretest como del postest. Para ello, se sumó y se restó la desviación estándar a la media y con estos valores

extremos redondeados, se formó un intervalo cerrado a partir del cual se formaron los otros dos. Estos intervalos fueron la base de las tres categorías de la calificación estadística de los resultados. Estas categorías fueron:

- Capacidad normal para resolver problemas de optimización: de 10 puntos hasta 13 puntos. 19.
- Capacidad para resolver problemas de optimización inferior a la normal: menos de 0 a 9 puntos. 2.
- Capacidad para resolver problemas de optimización superior a la normal: de 14 a 20 puntos. 1.

Los resultados del pretest en estas categorías se muestran en la Tabla 3. En ella, se observa que el 86% de los estudiantes se ubican en la capacidad normal para resolver problemas de optimización; el 5% en la categoría superior a la normal y el 9% en la categoría inferior a la normal.

Tabla 3. Estudiantes, según el nivel de su capacidad para resolver problemas de optimización en el pretest.

Nivel de capacidad	F	%
Capacidad superior a la normal (14-20)	1	5
Capacidad normal (10-13)	19	86
Capacidad inferior a la normal (0-9)	2	9
Total	22	100

Fuente: Datos del pretest.

Durante la aplicación de la propuesta didáctica en la asignatura de Cálculo I

La propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros Semióticos de Raymond Duval se aplicó a 22 estudiantes de la facultad de Ciencias de la

Escuela de Física en la asignatura de Cálculo I durante el semestre 2014 II con una duración de cinco semanas distribuidas en 30 horas. (Ver Tabla 4).

Tabla 4. Propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros Semióticos.

Título	Propuesta didáctica basada en la Teoría de Registros Semióticos para mejorar la capacidad de resolver problemas de optimización empleando las derivadas en los estudiantes de la asignatura de Cálculo I de la UNP semestre 2014 –II
Objetivo de aplicación de la propuesta	Demostrar la influencia significativa de la Propuesta Didáctica Basada en la Teoría de Registros Semióticos de Raymond Duval en el desarrollo de la capacidad para resolver problemas de optimización empleando las derivadas en los estudiantes de la asignatura de Cálculo I.
Los aprendizajes esperados en los estudiantes	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar lecturas exploratorias y profundas de enunciados de problemas sobre máximos y mínimos en diversos contextos y a complementar la información con otras fuentes para ello puede emplear la técnica del subrayado, parafraseo, la interrogación didáctica entre otras. • Explicar la estrategia empleada en la solución de los problemas donde se evidencie el uso de al menos tres registros de representación semiótica y reflexionar sobre la importancia de hacer conversiones entre ellos y la importancia de emplearlos para mejorar la comprensión del problema, hacer la representación de la situación y encontrar resultados válidos.

Los aprendizajes esperados en los estudiantes	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajar en equipo de manera cooperativa. • Exponer oralmente la solución de los problemas con la finalidad de comunicar, compartir y explicar las estrategias empleadas. • Utilizar materiales para ilustrar y explicar el tema de la exposición: dibujos, esquemas, diapositivas, entre otros recursos. • Opinar críticamente y a argumentar su punto de vista sobre los razonamientos adquiridos en las situaciones problemáticas.
Contenidos	Resolución de Problemas de optimización empleando la derivada y haciendo uso de diferentes formas de representación de los elementos matemáticos y la semiótica
Métodos y estrategias empleadas	1. Método: Inductivo-deductivo. 2. Estrategias Didácticas empleadas: Formación de equipos, trabajo cooperativo, Dinámicas grupales
Medios y materiales	1. Hojas estructuradas. 2. Guía de trabajo 3. Link de consulta en internet 4. Software Derive como herramienta virtual
Metodología de desarrollo de los problemas	1. Comprender el problema. 2. Elaborar un plan. 3. Ejecutar el plan y 4. Validar la solución
Tiempo de aplicación	5 semanas

La propuesta fue aplicada a través de una guía con problemas de optimización empleando los registros semióticos y las derivadas. El contexto del cual se han extraído los problemas es de tipo realístico, pues muestra actividades sobre situaciones reales que requieren uso de habilidades de cálculo, presentan la información suficiente para intuir la estrategia de solución. Durante el desarrollo de los problemas se emplearon diversas estrategias didácticas con la finalidad de promover en los estudiantes el desarrollo de diversas capacidades como análisis, síntesis y evaluación.

Cada uno de los problemas presentados en la guía se trabajó con el apoyo de la docente. Los instrumentos elaborados para estas sesiones tenían como finalidad recoger información sobre

el proceso que realizan los estudiantes para hallar la solución y el uso de los diferentes registros de representación semiótica y sus operaciones de tratamiento y conversión.

La aplicación de la propuesta permitió promover los estudiantes una actitud de valoración de su trabajo, participación constante y activa y la comprensión de la importancia de emplear las diferentes maneras de representar la información para la concepción de nuevas estrategias de solución. Durante todo el proceso la observación fue permanente, centrada en las actitudes y el trabajo de los estudiantes lo cual se refleja en los diferentes instrumentos de evaluación trabajados, así como las guías resueltas por los estudiantes primero individualmente y luego de forma grupal,

lo que permitió observar y comprender la actividad cognitiva de conversión que efectúan los estudiantes en el aprendizaje del concepto de función, ya que se evidenció la comprensión del concepto de función que exhiben los estudiantes y las situaciones que se pueden presentar con el uso de diferentes registros de representación semióticos.

En esta observación se puede además evidenciar como los estudiantes de manera progresiva iban desarrollando su trabajo de forma más clara y ordenada demostrando precisión en sus respuestas. Realizaban comentarios asertivos sobre la importancia de las funciones en la comprensión y análisis de hechos naturales, económicos, físicos, tecnológicos entre otros y manifestaban verbalmente la importancia del concepto de límite para una mejor comprensión de la realidad. Adicionalmente, se aplicaron instrumentos de metacognición a los

estudiantes que permitieron validar lo observado, ya que los estudiantes manifestaron que pudieron trabajar de manera más ordenada lo que se refleja en la precisión de sus respuestas en los diferentes ejercicios propuestos.

Después de la aplicación de la propuesta didáctica

Al finalizar la aplicación de la propuesta se realizó la evaluación final de la asignatura, para esto el instrumento fue un examen postest diseñado por el investigador, previamente validado y sometido a la prueba de confiabilidad por docentes de la UNP.

Los resultados de este post test arrojaron que la media fue de 15,21 puntos con una dispersión de 1,42, medida que es bastante cercana a la mediana y moda (Ver Tabla 5).

Tabla 5. Resultados del postest, según estadísticos descriptivos.

Estadísticos descriptivos	Valor
Media	15,21
Mediana	15,81
Moda	115,81
Desviación estándar	1,42
Varianza	2,04
Mínimo	12
Máximo	16,63
Rango	4,63

Fuente: Datos del pretest.

En cuanto a la calificación estadística del postest, el 82% de los estudiantes se ubicaron en la capacidad superior a la normal y el 18% en la capacidad normal (Ver Tabla 6).

Tabla 6. Estudiantes, según el nivel de su capacidad para resolver problemas de optimización en el postest.

Nivel de capacidad	F	%
Capacidad superior a la normal (14-20)	18	82
Capacidad normal (10-13)	4	18
Capacidad inferior a la normal (0-9)	0	0
Total	22	100

Fuente: Datos del pretest.

Comparación de los resultados del pre test y el postest

Al comparar los resultados del pretest con los del postest, se halló que existen las siguientes diferencias:

Desde lo cuantitativo, la media del postest es mayor a la del pretest y de acuerdo a la desviación estándar, los del pretest están más dispersos que los del postest. (Ver Tabla 7).

Tabla 7. Comparación de los estadísticos descriptivos, según resultados del pretest y postes.

Test	Media	Desviación estándar	Varianza	Mínimo	Máximo	Rango
Pretest	11,73	1,57	8,6	9	16	7
Postest	15,21	1,42	2,04	12	16,63	4,63

Fuente: Datos del pretest y postest.

Desde lo cualitativo, el porcentaje de estudiantes ubicados en la capacidad superior a la normal pasó del 5% en el pretest al 82% en el postest. Además, que

en el postest no hubo ningún estudiante ubicado en la capacidad inferior a la normal (Ver Tabla 8).

Tabla 8. Estudiantes, según calificación estadística obtenida en el pretest y en el postest.

Nivel de capacidad	Pretest		Postest	
	F	%	F	%
Capacidad superior a la normal (14-20)	1	5	18	82
Capacidad normal (10-13)	19	86	4	18
Capacidad inferior a la normal (0-9)	2	9	0	0
Total	22	100	22	100

Fuente: Datos del pretest y postest.

Hipótesis específica 1

H1: Antes de la aplicación de la propuesta, los estudiantes presentan calificaciones mayores a 11,42 (capacidad superior a la normal).

H0: Antes de la aplicación de la propuesta, los estudiantes presentan calificaciones iguales o menores a 11,42 (capacidad normal o inferior a la normal).

A partir de los resultados obtenidos se realizó prueba de hipótesis obteniendo lo expresado en la Tabla 9.

Tabla 9. Prueba para una muestra 1.

Valor de la prueba= 11,42					
T	Gl	Sig (bilateral)	Diferencia de medias	95% de intervalo de confianza para la media	
				Inferior	Superior
0,913	21	0,372	0,307	-0,39	1,01

Fuente: Datos del pretest y postest.

En la tabla previa se aprecia que el p-valor (Sig.) es mayor al nivel de significancia del 5% con que se realizó la prueba de hipótesis. Con este resultado, rechaza la hipótesis de investigación en favor de la hipótesis nula. Es decir, se aceptó que antes de la aplicación de la propuesta, los estudiantes presentan calificaciones iguales o menores a 11,42 (capacidad normal o inferior a la normal).

Hipótesis específica 2

H1: Después de la aplicación de la propuesta, los estudiantes presentan calificaciones mayores a 11,42 (capacidad superior a la normal).

H0: Después de la aplicación de la propuesta los estudiantes presentan calificaciones iguales o menores a 11,42 (capacidad normal o inferior a la normal).

En función de los resultados obtenidos se realizó prueba de hipótesis obteniendo lo expresado en la Tabla 10.

Tabla 10. Prueba para una muestra 2.

Valor de la prueba= 11,42					
T	Gl	Sig (bilateral)	Diferencia de medias	95% de intervalo de confianza para la media	
				Inferior	Superior
12,45	21	0,00	3,79	-3,15	4,42

En la tabla anterior se percibe que el p-valor (Sig.) es menor al nivel de significancia del 5% con que se realizó la prueba de hipótesis. Con este resultado, se procede a rechazar la hipótesis nula en favor de la hipótesis de investigación. Es decir, se debe aceptar que después de la aplicación de la propuesta los estudiantes presentan calificaciones mayores a 11,42 (capacidad superior a la normal).

Hipótesis específica 3

Considerando el promedio de la prueba de entrada y la prueba de salida. Se plantea la siguiente hipótesis.

H1: Existe diferencia significativa entre las calificaciones de los estudiantes, obtenidas mediante la prueba de entrada y la prueba de salida debido a la aplicación de la propuesta didáctica.

H_0 : No existe diferencia significativa entre las calificaciones de los estudiantes, obtenidas mediante la prueba de entrada y la prueba de salida.

De acuerdo a los resultados obtenidos en las pruebas de muestra anteriores se relacionaron y se desarrolló la Tabla 11.

Tabla 11. Prueba de muestras relacionadas.

	Diferencias relacionadas				T	gl.	Sig. (bilateral)	
	Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia				
Postest-Pretest	3,48	1,92	0,41	2	4,3	8,4	21	0,0

Fuente: Datos del pretest y postest.

En la tabla anterior, se expresa que el p-valor (Sig.) es menor al nivel de significancia del 5%. Con este resultado, se rechaza la hipótesis nula a favor de la hipótesis de investigación; se aceptó que existe diferencia significativa entre las calificaciones de los estudiantes, obtenidas mediante la prueba de entrada y la prueba de salida debido al tratamiento experimental. Dado que los valores de los intervalos de las diferencias de medias entre las pruebas de salida menos la prueba de entrada es positiva esto significa que los estudiantes pasaron del nivel de capacitación normal a superior.

Discusión

En primer lugar, se demostró que la propuesta Didáctica Basada en la Teoría de Registros Semióticos sirvió para mejorar la capacidad de resolver problemas de optimización empleando las derivadas en los estudiantes de la asignatura de Cálculo I de la UNP en el semestre 2014 –II.

Sin embargo, cabe preguntarse ¿Hasta qué punto estos resultados son confiables y válidos? Desde el punto de vista de la validez interna de

los experimentos, uno de sus requisitos es el control de las variables independientes que no son objeto de estudio, pero que pueden afectar a la variable dependiente que se pretende medir mediante el pretest o postest. El mismo se obtiene cuando se trata de diseños experimentales puros e incluso hay un control parcial pero no total en los cuasi-experimentos. Sin embargo, en los pre-experimentos, este control no existe, lo cual constituye una debilidad de este tipo de diseños. Por lo tanto, en el caso de esta investigación, por tratarse de un diseño pre-experimental, no se puede estar plenamente seguro que el mejoramiento de la capacidad de resolver problemas de optimización empleando derivadas se deba a la aplicación de la propuesta didáctica basada en la teoría de registros semióticos, ya que existen una serie de variables independiente que puedan estar afectando a la variable dependiente. Al comparar los resultados del pretest con los del postest, se halló que existen las siguientes diferencias: Desde un punto de vista cuantitativo, la media del postest es mayor a la del pretest y de acuerdo a la desviación estándar, los

del pretest están más dispersos que los del postest. y desde un punto de vista cualitativo, el porcentaje de estudiantes ubicados en la capacidad superior a la normal pasó del 5% en el pretest al 82% en el postest. Además, que en el postest no hubo ningún estudiante ubicado en la capacidad inferior a la normal.

Y desde el punto de validez externa tampoco se puede determinar si es aplicable a otros contextos, dado la falta de rigurosidad del diseño pre-experimental. En cuanto a su alcance, la investigación se enmarca en el campo de la Didáctica de la Matemática y se plantea una propuesta de enseñanza como aporte a esta área, que podría ser conocida y empleada por otros docentes en contextos no experimentales.

Desde el punto de vista teórico, los resultados de esta tesis constituyen una evidencia empírica a favor de la Teoría de Registros Semióticos de Raymond Duval. Hipótesis que ya había sido corroborada por algunos investigadores, como por ejemplo los ya mencionados Gutiérrez Otálora y Parada Landazábal (2007) y Morales Martínez (2013), quienes concluyeron en sus investigaciones que el uso de los registros semióticos es beneficioso en la enseñanza de la matemática.

La mayoría de los estudios en torno al beneficio del uso de los registros semióticos en la enseñanza de la matemática están orientados en demostrar la eficacia de estos en el proceso enseñanza-aprendizaje. Sin embargo, autores como Varettoni y Elichiribehety (2010) enfatizan que los docentes emplean los registros de representación simbólicos-aritméticos para resolver problemas matemáticos de manera cotidiana, ¿pero los usan adecuadamente? No se trata de responder afirmativa o negativamente,

porque no es solo utilizarlos basándose en el hecho que son beneficios, es emplearlos de manera asertiva de modo que verdaderamente optimicen el proceso y que los estudiantes se apropien de los contenidos cómodamente. Según los autores la mayor dificultad que presentan los docentes al usar los registros semióticos es anticipar los procedimientos de los alumnos, sus propias capacidades para elaborar registros de representaciones de las diferentes situaciones o contenidos planteados y reconocer las nociones que intervienen. En este sentido, Oviedo, Kanashiro, Bnzaquen, y Gorrochategui (2012) señalan la importancia del dominio de los registros semióticos y la necesidad de creación y desarrollo de sistemas semióticos nuevos adaptados a la actualidad y a los estudiantes.

El uso de los distintos registros semióticos y diferentes representaciones es prácticamente indispensable en los procesos de enseñanza-aprendizaje de matemática, pero se debe comprender que no es una tarea natural para los estudiantes, aunque si para los docentes, al menos para muchos es así, es aquí donde se evidencia la mayor dificultad para su uso dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En este sentido se hace perentorio que los docentes adquieran conocimientos en los distintos registros, sus representaciones, su tratamiento y conversiones, este es el gran desafío que enfrentan hoy día los profesores de matemáticas. En palabras de Duval (2004) la enseñanza en este campo es un espacio ideal para el análisis de actividades cognitivas importantes como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión lectora. El proceso de enseñanza y aprendizaje de contenidos propios de las matemáticas conlleva que

estas actividades cognitivas necesiten además de un lenguaje natural apoyados en el uso de distintos registros de representación y de expresión útiles para los docentes, pero comprensibles para los estudiantes.

Para que los estudiantes se apropien y les sea familiar el uso de los registros semióticos es indispensable que estos sean incluidos y tratados con mayor naturalidad, de manera comprensible, práctica para percibir su utilidad y cotidianidad para ellos, por lo que debe en primer lugar ser conocidos por los estudiantes y en segundo lugar confirmar que los trazos, íconos, símbolos e imágenes utilizados tiene los mismos significados para todos, porque de lo contrario el proceso no será provechoso.

Otro aspecto relevante a tomar en cuenta en los procesos de enseñanza y aprendizaje en matemática son sus libros de texto, ya que normalmente estos ofrecen para el desarrollo de sus contenidos un predominio del escenario algebraico con algunos elementos de enfoque numérico y geométrico, lo que ocasiona que se tenga una visión parcial del tema propuesto porque dejan de lado los registros semióticos y sus articulaciones que permitan una mejor comprensión, si verdaderamente se desea incluir los registros semióticos en la enseñanza de este campo, se deben desarrollar textos en los que estos estén incluidos de manera que los estudiante tengan mayor acceso a estos y se apropien de ellos con mayor facilidad, este es el mayor reto de los profesores de esta área inclinados por el uso los registros semióticos, porque no basta con incluirlos de manera ocasional en las clases, es necesario una mayor apropiación de ellos para que su uso no sea forzado o incómodo para los estudiantes.

CONCLUSIONES

A través de la aplicación de esta propuesta didáctica se demostró lo que ya había planteado Duval (2004) en su teoría registros semióticos, donde plantea que las representaciones semióticas posibilitan la actividad sobre los objetos matemáticos, ya que de acuerdo a los resultados obtenidos los estudiantes desarrollaron la capacidad para resolver problemas de optimización empleando las derivadas en la asignatura de Cálculo I.

La propuesta didáctica basada en la teoría de registro de representación semiótica de Raymond Duval resultó ser eficaz, ya que permitió que los estudiantes potenciaran su capacidad para presentar los razonamientos matemáticos y sus conclusiones con claridad y precisión de forma apropiada para la audiencia a la que van dirigidos tanto verbales como escritos. También pudieron organizar información, hacer estimaciones simples, manejar el lenguaje matemático y poder representar las situaciones reales a través de notaciones matemáticas.

De acuerdo a los resultados obtenidos en este estudio se recomienda a los docentes de la Escuela Profesional de Matemática de la Facultad de Ciencias de la UNP capacitarse en semiótica y su uso a partir de la teoría de registros semióticos de Raymond Duval. Asimismo, se exhorta a los estudiantes del Doctorado en Ciencias de la Educación de la misma casa de estudio continuar con esta línea de investigación a través de estudios experimentales con mayor alcance o profundidad con estudiantes de otras carreras que cursen Cálculo I.

REFERENCIAS

- Brousseau, G. (2000). Educación y didáctica de las matemáticas. *Educación Matemática*, 12(1), 5-38. <http://funes.uniandes.edu.co/10210/1/Educacion2000Brousseau.pdf>
- Chevallard, Y. (2013). La enseñanza de la matemática en la encrucijada: por un nuevo pacto civilizacional. *Discurso al recibir el Doctor Honoris Causa de la Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba*, 28(11). GECyT-EM. <http://edumat.famaf.unc.edu.ar/wp-content/uploads/2015/09/YC-DHC-Cordoba-28-11-2013.pdf>
- Duval, R. (2004). Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Universidad del Valle
- Gutiérrez Otálora, S. y Parada Landazábal, D. (2007). Caracterización De Tratamientos Y Conversiones: El Caso De La Función Afín En El Marco De Las Aplicaciones. Bogotá D.C. [Tesis de Maestría]. Universidad Pedagógica Nacional. Facultad De Ciencia Y Tecnología. Departamento De Matemáticas
- Morales Martínez, Zenón. (2013). Resolución de problemas: una mirada a través de los registros de representación semiótica. En SEMUR, Sociedad de Educación Matemática Uruguay (Ed.), VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (pp. 770-775). Montevideo, Uruguay: SEMUR. <http://funes.uniandes.edu.co/18567/1/Morales2013Resoluci%C3%B3n.pdf>
- Oviedo, L. Kanashiro, A. Bnzaquen, M. y Gorrochategui, M. (2012). Los registros semióticos de representación en matemática. *Revista Aula Universitaria*. 12(), 29-36. <https://n9.cl/0sdvt>
- Varettoni, M. y Elichiribehety, I. (2010). Los registros de representaciones que emplean docentes de Educación Primaria: un estudio exploratorio. 5(2), 44-51. http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1850-66662010000200005&lng=es&nrm=iso&tlng=es