

Enfoques de integración entre matemáticas y física. Análisis de un programa de estudio chileno

Integration approaches between mathematics and physics. Analysis of a Chilean curriculum

Abordagens de integração entre matemática e física. Análise de um programa de estudos chileno

ARTÍCULO DE INVESTIGACIÓN

Jhonny Medina Paredes¹

jhonnymedina@uach.cl
<https://orcid.org/0000-0001-6424-132X>

Angela Castro Inostroza¹

angela.castro@uach.cl
<https://orcid.org/0000-0002-1732-6520>

Camila Castillo Briones²

camiandrea11@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0003-1385-2010>

¹Universidad Austral de Chile. Valdivia, Chile

²Colegio Purísimo Corazón de María. Fresia, Chile

Artículo recibido el 11 de marzo 2022 | Aceptado el 30 de mayo 2022 | Publicado el 30 de junio de 2022

RESUMEN

En Chile, el Ministerio de Educación ha comenzado a incentivar el trabajo interdisciplinario entre matemáticas y otras asignaturas STEM, alentando al profesorado a realizar actividades integradas. Esto genera la necesidad de analizar en qué forma las actividades sugeridas en los programas de estudio podrían ser utilizadas por los docentes para avanzar desde la contextualización interdisciplinaria al desarrollo de aprendizajes interdisciplinarios. Utilizando un enfoque cualitativo, basado en un análisis de contenido, se analizó el caso del programa de estudio de matemáticas vigente para primer año medio, con el objetivo de determinar qué enfoques de integración se podrían desarrollar para integrar matemáticas y física utilizando las actividades sugeridas. Los resultados muestran, en los temas abordados, la falta de componentes conceptuales y procedimentales que permitan desarrollar enfoques de integración generadores de aprendizajes profundos en ambas disciplinas. A su vez, se evidencia la ausencia de orientaciones para que los docentes contextualicen interdisciplinariamente estos aprendizajes.

Palabras clave: Educación secundaria; enseñanza de la física; enseñanza de las matemáticas; integración curricular; interdisciplinariedad

ABSTRACT

In Chile, the Ministry of Education has begun to encourage interdisciplinary work between mathematics and other STEM subjects, encouraging teachers to carry out integrated activities. This generates the need to analyze how the activities suggested in the national study programs could be used by teachers to move from interdisciplinary contextualization to the development of interdisciplinary learning. Using a qualitative approach, based on a content analysis, we analyze the case of the current mathematics study program for the first year of high school, with the objective of determining what integration approaches could be developed to integrate mathematics and physics using suggested activities. The results show, in the topics addressed, the lack of conceptual and procedural components that allow the development of integration approaches that generate deep learning in both disciplines. At the same time, there is evidence of the absence of guidelines for teachers to interdisciplinarily contextualize these learning.

Key words: Secondary education; physics education; mathematics education; curricular integration; interdisciplinarity

RESUMO

No Chile, o Ministério da Educação começou a incentivar o trabalho interdisciplinar entre matemática e outras disciplinas STEM, incentivando os professores a realizar atividades integradas. Isso gera a necessidade de analisar como as atividades sugeridas nos programas de estudos poderiam ser utilizadas pelos professores para passar da contextualização interdisciplinar para o desenvolvimento da aprendizagem interdisciplinar. Utilizando uma abordagem qualitativa, com base na análise de conteúdo, analisamos o caso do atual programa de estudos de matemática para o primeiro ano do ensino médio, com o objetivo de determinar quais abordagens de integração poderiam ser desenvolvidas para integrar matemática e física usando as atividades sugeridas. Os resultados mostram, nos tópicos abordados, a falta de componentes conceituais e procedimentais que permitam o desenvolvimento de abordagens de integração que gerem aprendizado profundo em ambas as disciplinas. Por sua vez, evidencia-se a ausência de orientações para que os professores contextualizem interdisciplinariamente essa aprendizagem.

Palavras-chave: Ensino secundária; ensino de física; ensino de matemática; integração curricular; interdisciplinaridade

INTRODUCCIÓN

Las matemáticas escolares suelen presentarse como una ciencia de naturaleza abstracta en la que los conocimientos se adquieren de forma mecánica y conducida por el profesor, con base en la memorización de fórmulas y la realización de cálculos (Zamora, 2013). Esto plantea la necesidad de buscar nuevas estrategias que permitan una adaptación dinámica del contenido matemático para que los estudiantes adquieran una comprensión de su uso bajo diversas condiciones (Reyes et al., 2019).

En este contexto, se ha destacado el potencial del aprendizaje de las matemáticas desde un enfoque interdisciplinar basado en la educación STEM (ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas, por sus siglas en inglés) para hacer el currículo más útil, relevante y motivador para los estudiantes (Rennie et al., 2018). La educación STEM integrada remueve las barreras tradicionales de estas cuatro disciplinas al generar, con base en experiencias, aprendizajes auténticos con carácter interdisciplinar, promoviendo el desarrollo de conocimientos y habilidades del siglo XXI (Castro et al., 2020). Se conceptualiza como un enfoque multidisciplinario de aprendizaje activo que involucra a los estudiantes en contextos auténticos de aprendizaje que fomentan su comprensión de temas y problemas multidisciplinarios del mundo real, preparándolos con conocimientos y habilidades necesarias para el siglo XXI (Nadelson y Seifert, 2019). Entre los beneficios de este enfoque, se destaca su potencial para el análisis de múltiples soluciones a problemas complejos, comunicar ideas (Hefty, 2015) y obtener mejoras en el rendimiento en matemáticas y ciencias (English y King, 2015; 2019; Kelley y Knowles, 2016).

Sin embargo, integrar disciplinas STEM resulta complejo y trae grandes desafíos (Honey et al., 2014). Así, por ejemplo, implementar un enfoque de este tipo en un sistema educativo basado en un currículo segregado en disciplinas establecidas -como el caso chileno- requiere una reestructuración profunda del plan de estudios y alentar a los maestros a adoptar, cuando sea posible, una visión equilibrada de cada una de las áreas a integrar, respetando las formas de hacer y pensar de cada disciplina (English, 2016; Tytler et al., 2019). En este contexto, se ha señalado que no todas las matemáticas deben y pueden ser abordadas en una unidad STEM integrada (English, 2016), siendo necesario determinar la mejor forma para que se desarrolle un aprendizaje matemático profundo y coherente en una unidad integrada (Thibaut et al., 2018).

Por otra parte, existe una variada gama de propuestas que buscan promover la educación STEM integrada. Estas varían en diseño, recursos utilizados, formatos de implementación y apoyo a los docentes, lo que hace complejo comparar los programas y comprobar su efectividad (Rennie et al., 2018). La diversidad de propuestas se debe, principalmente, a la falta de consenso sobre lo que significa la educación STEM y cómo se concibe la integración entre estas disciplinas (English, 2016). Además, no existe un acuerdo sobre cuáles son las mejores prácticas instruccionales para implementar este tipo de propuestas (Thibaut et al., 2018). La Tabla 1 recoge algunos de los principales enfoques de integración en STEM descritos en la literatura.

Tabla 1. Algunos enfoques de integración en STEM propuestos en la literatura.

Autor	Tipo de integración
Gresnigt et al. (2014)	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Aislado o fragmentado</i>: las disciplinas o materias son enseñadas de forma separada, relacionando explícitamente los temas abordados en una disciplina o materia con la otra. Se establece un tiempo en el que se deben cumplir los aprendizajes para cada una de ellas. • <i>Conectado</i>: una habilidad o conocimiento de una disciplina o materia se enfoca dentro de otra para enriquecer el aprendizaje de esta última. Se señala la conexión entre los temas abordados y los objetivos se alcanzan en un tiempo programado para las diferentes materias. • <i>Anidado</i>: dos o más áreas temáticas se organizan en torno al mismo tema, pero las disciplinas preservan su identidad. Los objetivos para una materia están completamente insertos dentro de la enseñanza de otra materia. Las disciplinas individuales tienen sus propios objetivos, pero el contenido y el contexto de la enseñanza coinciden para satisfacer las demandas de ambas disciplinas. • <i>Multidisciplinario o Interdisciplinario</i>: puede no haber referencias a disciplinas o materias individuales. Los objetivos de aprendizaje están definidos en términos de disciplinas cruzadas. Las habilidades y conceptos que están relacionados con los temas trascienden las habilidades y conocimientos específicos de la materia. • <i>Transdisciplinario</i>: el plan de estudio trasciende las disciplinas individuales, y el enfoque está en el campo del conocimiento como se ejemplifica en el mundo real. La enseñanza transdisciplinaria se caracteriza por un contexto del mundo real centrado en el estudiante, mientras que los planes de estudio interdisciplinarios utilizan temas o proyectos desarrollados por el maestro como punto de partida.
English (2016)	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Disciplinario</i>: los conceptos y habilidades se desarrollan por separado en cada disciplina. • <i>Multidisciplinar</i>: se trabaja un tema en común, pero los conceptos y habilidades se desarrollan por separado. • <i>Interdisciplinario</i>: tiene como objetivo profundizar el aprendizaje mediante el vínculo de conceptos y habilidades de dos o más disciplinas que se desarrollan estrechamente vinculadas. • <i>Transdisciplinario</i>: los conocimientos y las habilidades aprendidas de dos o más disciplinas se aplican a problemas y proyectos del mundo real dando forma a las experiencias de aprendizaje.
Rennie et al. (2018)	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Sincronizado</i>: Los maestros identifican habilidades y conocimientos que son comunes a temas particulares en dos o más asignaturas y enseñan estos temas por separado. En paralelo se hace una conexión explícita entre ellos. • <i>Temático</i>: los maestros trabajan colaborativamente para organizar el plan de estudios en torno a un tema local o global. Enseñan sus asignaturas por separado de forma complementaria, haciendo conexiones al tema. • <i>Basado en proyectos</i>: se designa una tarea que requiere conocimiento y habilidades de más de un área temática para su finalización. • <i>Transversal</i>: se basa, generalmente, en el abordaje de habilidades o competencias generales como alfabetización, habilidades TIC, habilidades sociales, entre otras; que son foco de más de una asignatura. • <i>Escuela especializada</i>: ocurre cuando una escuela tiene un enfoque a largo plazo en un área específica. Los maestros de otras áreas temáticas adaptan sus cursos para tener vínculos explícitos con esta especialización. • <i>Centrado en la comunidad</i>: un problema importante de la comunidad se convierte en el foco del plan de estudios, y los maestros orientan la enseñanza de sus materias para ayudar a los estudiantes a comprender el problema desde diferentes perspectivas y buscar posibles formas de abordarlo.

Autor	Tipo de integración
Tytler et al. (2019)	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Temporalidad a nivel meso</i>: que involucra escalas de tiempo sobre las cuales se introducen y tratan las ideas disciplinarias relevantes para el proyecto durante el período del proyecto o tema. • <i>Temporalidad a nivel micro</i>: involucra entrelazamiento del pensamiento/estrategias disciplinarias en una escala temporal, a medida que se abordan los problemas. • <i>Temporalidad a nivel macro</i>: se refiere a la forma en que las ideas disciplinarias involucradas en el proyecto STEM se relacionan con una trayectoria de desarrollo más larga.

Nota. Elaboración propia con base en los trabajos de English (2016); Gresnigt et al. (2014); Rennie et al. (2018); y Tytler et al. (2019).

La mayoría de las propuestas recogidas en la Tabla 1 describen diferentes enfoques de integración en función de la superposición de disciplinas a integrar como áreas que se cruzan, estableciendo niveles que van desde menor a mayor complejidad. Por ejemplo, se habla de enfoques aislados o basados en las disciplinas como enfoques que involucran un nivel superficial de integración, hasta enfoques transdisciplinarios que son de mayor complejidad. No obstante, autores como Tytler et al., (2019) señalan que la integración STEM se da en diferentes escalas temporales, por lo que se debe prestar atención a cómo estas interacciones se dan en el tiempo.

En esta línea, se ha señalado que una forma de desarrollar aprendizajes profundos y equilibrados en las áreas STEM a integrar es desarrollar propuestas integradas con base en grandes ideas STEM (Chalmers et al., 2017; Clayton et al., 2010; Hurst, 2015). Las grandes ideas STEM se definen como las ideas clave que vinculan, en conjuntos coherentes como un todo, diversos entendimientos disciplinares fundamentales para comprender y conocer STEM en una amplitud de campos, que representan modelos de nuestro mundo según estas disciplinas. Las grandes ideas STEM pueden ser de contenido, involucrando conceptos, principios,

teorías, estrategias y modelos; o grandes ideas de proceso, que involucran la adquisición y el uso efectivo del conocimiento del contenido (Chalmers et al., 2017; Hurst, 2015).

Considerar el diseño de unidades curriculares integradas con base en grandes ideas STEM podría ser una buena forma de promover una comprensión profunda de las áreas que se están integrando, no obstante, no es una tarea sencilla. Se ha argumentado que esto se puede abordar de tres posibles formas: (i) por medio de grandes ideas dentro de una disciplina STEM que tienen aplicación en otras disciplinas STEM; (ii) al considerar interdisciplinariamente grandes ideas de contenido o proceso ubicadas en dos o más disciplinas STEM; y (iii) abarcando grandes ideas conceptuales compartidas en dos o más disciplinas STEM o grandes ideas que permiten el abordaje interdisciplinario de problemas relevantes que abarcan contenido (Chalmers et al., 2017; Hurst, 2015).

Enseñanza de las matemáticas y la física en el currículo chileno

En Chile, las Bases Curriculares son los documentos normativos que organizan los propósitos para el aprendizaje de todas las asignaturas en los diferentes niveles escolares,

especificando los objetivos de aprendizaje que se esperan en cada área y nivel (Ministerio de Educación [MINEDUC], 2016).

Los aprendizajes de física forman parte del área de las ciencias naturales, junto a las asignaturas de biología y química. La asignatura de física contempla el desarrollo de contenidos, habilidades y actitudes. Los contenidos son organizados en torno a cuatro grandes temáticas: (i) ondas y sonido, (ii) luz y óptica geométrica, (iii) percepción sonora y visual, y (iv) estructuras cósmicas. Las habilidades apuntan al desarrollo de habilidades de investigación científica por medio de la observación, planteamiento de preguntas, planificación y desarrollo de una investigación, procesamiento y análisis de la evidencia, y evaluación y comunicación. Las actitudes que busca promover el currículo de ciencias naturales comprenden: curiosidad, creatividad e interés por conocer y comprender los fenómenos del entorno natural y tecnológico, esforzarse y perseverar en el trabajo personal, responsabilidad, ser proactivo y colaborativo, pensamiento crítico, entre otras.

El aprendizaje de las matemáticas se organiza en ejes temáticos relativos al aprendizaje de los Números, Álgebra y Funciones, Geometría, Probabilidad y Estadística. Las habilidades matemáticas involucran: resolver problemas, representar, modelar, argumentar y comunicar. Mientras que, las actitudes consideran: la flexibilidad y creatividad en la búsqueda de soluciones; curiosidad e interés por resolver desafíos matemáticos; esfuerzo, perseverancia y rigor en la resolución de problemas; trabajar en equipo en forma responsable y proactiva; mostrar actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones

matemáticas; y usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información.

En Chile, recientemente, se ha comenzado a incentivar el trabajo interdisciplinario, relacionando objetivos de aprendizaje de matemáticas con otras asignaturas STEM, como la física, según se observa en los documentos emitidos por el Ministerio de Educación (MINEDUC, 2016). No obstante, el trabajo interdisciplinario va más allá de la suma de las áreas que se quieren relacionar, implicando su abordaje en profundidad para promover un aprendizaje equilibrado en todas ellas (Tytler et al., 2019). Se requiere analizar posibles formas de desarrollar este aprendizaje interdisciplinario, estableciendo conexiones entre las asignaturas que se pretenden trabajar. Este cambio precisa abandonar la visión de un currículo abarrotado centrado en el aprendizaje de disciplinas fragmentadas por uno en que los aprendizajes sean abordados desde una perspectiva interdisciplinaria (Hurst, 2015).

En este contexto, el presente trabajo tiene como objetivo determinar qué enfoques de integración se podrían desarrollar para integrar matemáticas y física utilizando las actividades sugeridas en el programa de estudio de matemáticas de primer año medio vigente (correspondiente al primer año de educación secundaria), que relacionan los objetivos de aprendizaje de ambas asignaturas.

MÉTODO

La investigación se realizó considerando un enfoque cualitativo descriptivo basado en un estudio de caso. Este método es ampliamente utilizado para comprender en profundidad la realidad social y educativa (Bisquerra, 2009). Los casos

corresponden a situaciones, objetos o entidades sociales únicas que merecen interés investigativo, pudiendo ser un aula, un programa de enseñanza, un alumno, una comunidad educativa, un texto de estudio, entre otros. En este trabajo, el caso de estudio correspondió al programa de matemática de primer año de enseñanza media chileno vigente (MINEDUC, 2016).

Selección y descripción del objeto de estudio

A nivel nacional, los programas curriculares vigentes se enmarcan en el proceso de reforma iniciado en el año 2012. Estos están clasificados por asignatura y curso, presentando una estructura bastante similar, en la que se dividen en unidades que contienen objetivos de aprendizaje, habilidades y actitudes propias de cada asignatura. Esta investigación se centra en el estudio del programa de matemática de primer año de enseñanza media vigente el año 2022. Este programa consta de cuatro unidades temáticas (números, álgebra, geometría y datos y azar) dentro de los cuales se organizan conocimientos previos, objetivos de aprendizaje,

indicadores de evaluación, actividades sugeridas, sugerencias de evaluación y observaciones al docente.

Los objetivos de aprendizaje abordados en este programa tienen foco en aspectos esenciales de las disciplinas escolares, por lo que apuntan al desarrollo de aprendizajes relevantes para enfrentar diversos desafíos, tanto en el contexto de la asignatura como en el desarrollo de la vida cotidiana (MINEDUC, 2016). Dentro de cada programa de estudio se incluyen ejemplos de actividades que pretenden ser significativas y desafiantes para los estudiantes, pues plantean problemas vinculados con la cotidianidad y con referentes concretos que conducen hacia la comprensión de conceptos progresivamente más abstractos. En este contexto, se sugieren actividades que relacionan las matemáticas con otras disciplinas con base en la recomendación de promover la integración de asignaturas como una forma de que los estudiantes desarrollen habilidades de forma simultánea mediante diferentes áreas (MINEDUC, 2016), como se observa en la Tabla 2.

Tabla 2. Número de actividades sugeridas que relacionan las matemáticas con otras asignaturas en el programa de estudio de primer año medio de matemática.

Número de actividades	Unidades temáticas				Total
	Números	Álgebra	Geometría	Datos y azar	
Sugeridas en el plan de estudio	40	29	33	34	136
Sugeridas que relacionan las matemáticas con otras asignaturas no STEM.	4	7	9	11	31
Sugeridas que relacionan las matemáticas con biología y química.	3	1	7	3	13
Sugeridas que relacionan las matemáticas con biología y química.	1	0	4	0	5

Nota. Elaboración propia con base en el programa de estudios de primer año medio (MINEDUC, 2016).

Análisis de contenido

Para analizar el programa de estudio se siguió un análisis de contenido, como una forma particular de análisis de documentos, centrada en el análisis de las ideas expresadas en él (López-Noguero, 2002). Bajo este contexto, analizamos las actividades sugeridas presentes en el programa de estudio de matemáticas de primer año medio que relacionan las matemáticas con la física considerando el enfoque STEM integrado. Para ello, se consideraron algunos de los aspectos señalados por Navarro (2015), como: (1) establecer y definir las unidades de análisis, y (2) determinar las categorías que representan las variables de la investigación.

Unidades y categorías de análisis

Con base en la revisión de la literatura y la identificación de los distintos enfoques de integración entre las matemáticas y la física bajo el enfoque STEM, se consideró como unidad de análisis la distinción propuesta por Gresnigt et. al (2014), que proporciona mayores elementos de diferenciación entre los diferentes enfoques de integración. Se distinguen enfoques: (i) aislados o fragmentados (ii) conectados, (iii) anidados, (iv) multidisciplinarios, (v) interdisciplinarios, y (vi) transdisciplinarios. Las categorías de análisis están asociadas a los aspectos descritos según las unidades de análisis planteadas (ver Tabla 3).

Tabla 3. Unidades y categorías de análisis.

Unidad de análisis	Descripción	Categoría de análisis
Aislado o fragmentado	Las disciplinas o materias son enseñadas de forma separada, relacionando explícitamente los temas abordados en una disciplina o materia con la otra. Se establece un tiempo en el que se deben cumplir los aprendizajes para cada una de ellas.	Los aprendizajes se abordan por separado dentro de cada disciplina. Los temas tratados que involucran aprendizajes diferenciados a desarrollar en un tiempo determinado son relacionados deliberadamente.
Conectado	Una habilidad o conocimiento de una disciplina o materia se enfoca dentro de otra para enriquecer su aprendizaje. Se señala la conexión entre los temas abordados y los objetivos se alcanzan en un tiempo programado para las diferentes materias.	Se incluyen habilidades o conocimientos de una disciplina dentro de otra para enriquecer el aprendizaje de la primera. Se da a conocer a los estudiantes cuál es la conexión entre las disciplinas involucradas. Los objetivos se alcanzan en un tiempo establecido para las diferentes materias.
Anidado	El contenido y el contexto de enseñanza coinciden para satisfacer las demandas de dos o más disciplinas o materias y se organizan en torno a un mismo tema. Las disciplinas individuales mantienen sus propios objetivos y preservan su identidad.	Se organizan los contenidos o habilidades de las dos disciplinas bajo un mismo contexto de aprendizaje para satisfacer el aprendizaje de ambas. En este caso, los objetivos de aprendizaje de una disciplina (anidada) están completamente insertos en la otra disciplina y son completamente desarrollados.
Multidisciplinario/ interdisciplinario	Los objetivos de aprendizaje están definidos en términos de disciplinas cruzadas. Las habilidades y conceptos que están involucrados en los temas abordados trascienden a las habilidades y conocimientos específicos de cada disciplina.	No se distingue entre áreas temáticas individuales. Los aprendizajes son definidos a partir de conocimientos y habilidades presentes en ambas disciplinas, pero el aprendizaje trasciende a los conocimientos y habilidades de cada disciplina.

Unidad de análisis	Descripción	Categoría de análisis
Transdisciplinario	Se trasciende las disciplinas individuales, y el enfoque está en el campo de conocimiento como ejemplo en el mundo real.	El aprendizaje trasciende a los conocimientos y habilidades de cada disciplina y se caracteriza por un contexto del mundo real centrado en el estudiante.

Nota. Elaboración propia a partir de la propuesta de Gresnigt et al. (2014).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Orientaciones para relacionar la matemática y la física en el programa de matemáticas de primer año medio

En una primera etapa, se analizaron descriptivamente las secciones del Programa de Estudio, en las que se relacionan los objetivos de

aprendizaje de matemática y física, con el objetivo de identificar los aspectos involucrados. Estas secciones corresponden a la Unidad 1 del eje temático de números, que contiene una actividad que relaciona ambas asignaturas; y la Unidad 3, correspondiente al eje de geometría, que contiene cuatro actividades.

Objetivos de Aprendizaje

OA 2

Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero:

- Transfiriendo propiedades de la multiplicación y división de potencias a los ámbitos numéricos correspondientes.
- Relacionándolas con el crecimiento y decrecimiento de cantidades.
- Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

Actividades

Los y las estudiantes resuelven los siguientes problemas:

Resolver problemas
Comprobar resultados propios y evaluar procesos.
(OA b)

1. En una laguna de 4 m de profundidad, la intensidad de la luz que entra al agua disminuye cada metro el equivalente a $\frac{3}{5}$ de la intensidad anterior.



- a. ¿Cómo se determina la intensidad de la luz a mayor profundidad? Expresan el resultado con una potencia.
- b. ¿En qué porcentaje ha bajado la intensidad a los 4 m?
- c. En otra laguna, la intensidad de la luz baja cada metro el equivalente a la mitad del valor anterior. Determinan qué parte de la intensidad original hay a los 6 m de profundidad y lo expresan con una potencia.

© Ciencias Naturales OA 9 de 1° medio.

Figura 1. Actividad sugerida en la Unidad 1 que relaciona la matemática y la física. Nota. Extraída del Programa de Estudio de Matemática de Primer año Medio (MINEDUC, 2016, p.76).

La primera actividad que relaciona aprendizajes de matemática y física se presenta en la Unidad 1 de Números, en el contexto del estudio de las potencias de base racional y exponente entero. En ella se plantea un problema asociado a ondas, con el que se busca que los estudiantes comprendan las potencias de base racional y exponente entero: (i) transfiriendo propiedades de la multiplicación y división de potencias a los ámbitos numéricos correspondientes, (ii) relacionándolas con el crecimiento y decrecimiento de cantidades, y (iii) resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas. En esta actividad el objetivo de aprendizaje de matemática, así como la habilidad a potenciar (resolución de problemas) se presenta de manera explícita; sin embargo, el cómo llevar a cabo la relación con la asignatura que se desea vincular -que no se explicita- es casi inexistente (Figura 1). En este caso solo se señala que se podría relacionar con el objetivo de aprendizaje 9 de primero medio de Ciencias Naturales, colocando al lado de esta información el símbolo \otimes , sin detallar a cuál corresponde. Tampoco se incluyen los conocimientos previos que los estudiantes necesitan para establecer este nexo ni sugerencias didácticas al docente de cómo abordar el aprendizaje de los contenidos de ambas disciplinas para desarrollar de manera óptima una contextualización interdisciplinar entre ellas (Zamora, 2013).

Esta misma situación se repite para el resto de las actividades que vinculan objetivos de aprendizaje de matemática y física en este programa. En todos los casos, el objetivo de aprendizaje de matemática, así como la habilidad a desarrollar se presentan de manera clara; sin embargo, al igual que en la actividad anterior, la orientación de cómo efectuar

la relación con la asignatura que se desea asociar es, en términos prácticos, nula. Solo se señala la posibilidad de establecer un vínculo con el número al que corresponde el objetivo de aprendizaje en el currículo de Ciencias Naturales de primero medio, colocando, nuevamente, el símbolo \otimes para denotar la posibilidad de dicha relación. Llama la atención que, en todas las actividades sugeridas, no se hace mención ni de conocimientos previos ni de sugerencias para abordar esta contextualización interdisciplinar de aprendizajes (Zamora, 2013).

Enfoques de integración de la matemática y la física que se pueden desarrollar a partir de las actividades sugeridas

En la primera actividad que relaciona la matemática y la física, descrita en el punto anterior, se sugiere establecer un nexo entre las potencias de base racional y exponente entero (contenido matemático) y las ondas (contenido físico). Si se analizan las preguntas planteadas se puede observar que, considerando solo esta actividad para abordar interdisciplinarmente los objetivos de aprendizajes involucrados, se podría desarrollar una actividad integrada en un nivel muy básico (conectado). En este caso, se incluyen conocimientos de física para enriquecer el aprendizaje de la matemática, haciendo explícita la conexión entre las disciplinas involucradas por medio de la relación sugerida. Se consideran aprendizajes aislados dentro de las progresiones de aprendizaje de cada una de las disciplinas involucradas bajo una misma temática, lo que resulta insuficiente para abordar la temática en profundidad. En consecuencia, no se puede hablar de un enfoque anidado o uno de mayor nivel, pues no se consideran todos los componentes

conceptuales y procedimentales asociados al desarrollo de ambos contenidos al organizarlos en torno a una misma temática (Chalmers et al., 2017). Tampoco de un enfoque aislado, puesto que existe una intencionalidad de desarrollar, dentro del contexto de la matemática, aprendizajes de la física.

Las preguntas sugeridas solo permiten contextualizar el contenido matemático que se busca tratar (potencia de base racional y exponente entero, relacionándolo con el crecimiento y decrecimiento de cantidades) mediante el uso del concepto de intensidad de la luz, pero no se aborda en profundidad. El cambio de intensidad de la luz solo se limita a un ejemplo de la vida diaria y el concepto de onda no es explorado, existiendo solo una mención superficial de este.

Las cuatro actividades siguientes que relacionan aprendizajes matemáticos y físicos, lo hacen bajo una misma temática (ver Figura 2). En el ámbito matemático, estas actividades se centran en el

contenido de homotecia, mientras que, en el ámbito físico, se centran en la propagación de la luz y percepción visual. Todas las actividades propuestas en esta sección responden a la progresión del desarrollo de los temas dentro de cada disciplina, pero en el caso de física no consideran todos los componentes necesarios para el desarrollo. En el caso de matemática, para desarrollar el contenido de homotecia, se presenta una actividad de indagación que responde a una metáfora mediante la sombra, es decir, se plantea lo elemental sobre homotecia sin mencionar el concepto de homotecia como tal. Luego se formaliza el concepto de homotecia y se solicita la aplicación de este concepto, y finalmente, se busca que los estudiantes modelen utilizando homotecias. En el ámbito físico se parte con el concepto de sombra, continúa con la construcción de una caja oscura, prosigue con la formación de imágenes a través de las lentes, y finaliza con el funcionamiento del ojo humano.

Objetivos de Aprendizaje

OA 8
Mostrar que comprenden el concepto de homotecia:

- Relacionándola con la perspectiva, el funcionamiento de instrumentos ópticos y el ojo humano.
- Midiendo segmentos adecuados para determinar las propiedades de la homotecia.
- Aplicando propiedades de la homotecia en la construcción de objetos, de manera manual y/o con software educativo.
- Resolviendo problemas de la vida cotidiana y de otras asignaturas.

Objetivos de Aprendizaje

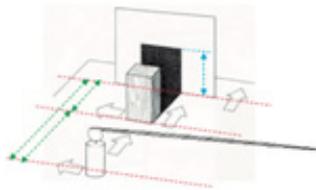
OA 8
Mostrar que comprenden el concepto de homotecia:

- Relacionándola con la perspectiva, el funcionamiento de instrumentos ópticos y el ojo humano.
- Midiendo segmentos adecuados para determinar las propiedades de la homotecia.
- Aplicando propiedades de la homotecia en la construcción de objetos, de manera manual y/o con software educativo.
- Resolviendo problemas de la vida cotidiana y de otras asignaturas.

Resolver problemas
Identificar ideas propias y respuestas en lenguaje matemático. (OA 4)

Actividades

1. Experimentan con luz de una lámpara o vela, un bloque y una pantalla, observando la sombra del bloque en esta última. Determinan cómo la altura de la sombra en la pantalla depende de la posición del bloque entre la luz y la pantalla. Luego, responden las preguntas que se indican más abajo.

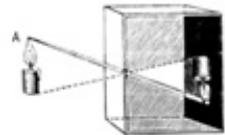


- ¿Cómo cambia la altura de la sombra si se aleja el bloque de la lámpara o vela?
- ¿Cómo cambia la altura de la sombra si se acerca el bloque a la lámpara o vela?
- ¿En qué posición debe estar el bloque si la altura de la sombra es el doble de la altura del bloque?
- ¿En qué posición debe estar el bloque si la altura de la sombra es 1,5 veces más grande que la altura del bloque?

• Ciencias Naturales OA 11 de 1° medio.

Actividades

7. La figura corresponde a una cámara oscura que muestra la imagen de una vela proyectada en la pared del fondo.



- Modelan la cámara oscura en el plano.
- Aplican una homotecia para la proyección de una vela que tiene 5 cm de altura. La imagen de la vela en el fondo de la cámara oscura debe tener el doble de la altura original.
- Explican y comunican la construcción realizada.

• Ciencias Naturales OA 11 de 1° medio.

Modelar
Ajustar modelos, acercándolos a la realidad. (OA 1)

Objetivos de Aprendizaje

OA 9
Desarrollar el teorema de Tales mediante las propiedades de la homotecia, para aplicarlo en la resolución de problemas.

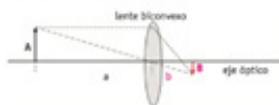
Objetivos de Aprendizaje

OA 11
Representar el concepto de homotecia de forma vectorial, relacionándolo con el producto de un vector por un escalar, de manera manual y/o con software educativo.

Resolver problemas
Identificar ideas propias y respuestas en lenguaje matemático. (OA 4)

Actividades

6. En un experimento óptico, un objeto del tamaño $A = 1,5$ cm está a una distancia $a = 5,7$ cm frente a un lente biconvexo. La imagen B del objeto se origina a una distancia del lente de $b = 1,7$ cm.

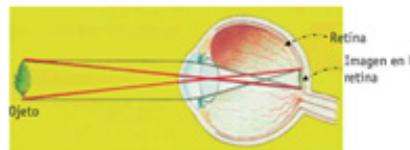


- Elaboran una ecuación que relaciona las variables A , B , a y b .
- Despejan la variable B de la ecuación.
- Reemplazan las variables A , a y b con las medidas dadas.
- Calculan el tamaño de la imagen B . Redondean al primer decimal.

• Ciencias Naturales OA 11 de 1° medio.

Actividades

7. El dibujo esquemático del ojo humano no está en relación correcta con el tamaño ni con la distancia del árbol que aparece en la imagen. Se marcan en rojo dos rayos que representan de mejor forma la homotecia.



- Conjeturan acerca del signo (positivo o negativo) del factor k de la homotecia presentada. Explican y comunican la respuesta.
- ¿Cómo se presenta la imagen en la retina? (derecha, inclinada o al revés).
- Se ve un árbol a una distancia de 80 m, de 5 m de altura. La retina del ojo se encuentra a una distancia aproximada de 24 mm del cristalino. Calculan, a base de estos datos, la altura de la imagen que se genera en la retina.

• Ciencias Naturales OA 12 de 1° medio.

Modelar
Ajustar modelos, acercándolos a la realidad. (OA 1)

Figura 2. Actividades sugeridas en la Unidad 3 que relacionan la matemática y la física. Nota. Extraída del Programa de Estudio de Matemática de Primer año Medio (MINEDUC, 2016, p. 134, 137, 143 y 153).

Se podría pensar que, dado que hay un mayor número de actividades asociadas al aprendizaje de ambas temáticas en este programa, sería posible desarrollar una integración de nivel superior (multidisciplinario o interdisciplinario), sin embargo, esto no ocurre. Tomando como base estas cuatro actividades, se podría desarrollar un enfoque conectado de integración, en el cual el contenido de física es utilizado para enriquecer la enseñanza de la matemática, pero este no lograría desarrollarse en profundidad ni responder a los objetivos propios de su disciplina. Se observa que ninguna de las actividades sugeridas proporciona elementos que permitan un desarrollo profundo del contenido físico involucrado. Si bien es cierto se aborda el estudio de los fenómenos luminosos, como la reflexión y la refracción, no se consideran otros fenómenos necesarios de abordar como, por ejemplo, el efecto Doppler. En lo que respecta a las características de la luz y su propagación, se observa que se considera la propagación rectilínea y la formación de sombras, pero no la rapidez. En la formación de imágenes, se aborda parcialmente el estudio de las lentes, pues solo se consideran lentes de tipo convergentes. En ningún caso se considera la formación de imágenes a través de espejos planos y curvos, la formación de colores y las aplicaciones tecnológicas. También se aborda el funcionamiento del ojo humano como un ejemplo de una lente particular (convergente).

Al igual que en la primera actividad analizada, en todas las actividades sugeridas en este programa, los temas físicos son utilizados para contextualizar el aprendizaje matemático, siendo necesario considerar actividades complementarias que promuevan un desarrollo profundo de estos temas para poder trabajarlos interdisciplinariamente.

CONCLUSIONES

En lo que respecta al análisis del programa de estudio de matemática de primer año medio, foco de este estudio, se puede concluir que representa un gran salto cualitativo con miras al mejoramiento de la asignatura, intentando potenciar e incentivar a los docentes a realizar un trabajo interdisciplinario. No obstante, el análisis de las actividades sugeridas que relacionan objetivos de aprendizaje de matemática y física evidencia la necesidad de incluir orientaciones, tanto para contextualizar interdisciplinariamente estos aprendizajes, como para desarrollar actividades integradas.

El análisis realizado, muestra, en este programa, la superposición de los contenidos matemáticos y físicos que se esperan abordar, siendo estos últimos utilizados para enriquecer el aprendizaje de la matemática. Esto sugiere que si solo se consideran las actividades sugeridas en este programa para promover aprendizajes integrados de matemática y física, difícilmente se alcanzará una comprensión profunda de los conceptos físicos involucrados, siendo necesario abordarlos por sí mismos en profundidad en la asignatura correspondiente. Por otra parte, la ausencia de orientaciones didácticas para establecer esta relación puede promover un tratamiento erróneo de los conceptos involucrados por parte de los docentes.

En lo que respecta a los enfoques de integración que se pueden desarrollar con base en las actividades sugeridas, se concluye que estas no resultan suficientes para promover niveles de integración superiores (anidados, multidisciplinarios/interdisciplinarios o transdisciplinarios). Las actividades sugeridas no consideran todos los componentes conceptuales y procedimentales involucrados en los temas abordados para ser organizados bajo un mismo

contexto de aprendizaje que permita desarrollar aprendizajes profundos en ambas disciplinas.

Desarrollar aprendizajes profundos y equilibrados entre las áreas STEM que se desean integrar trae grandes desafíos tanto para los investigadores como para los docentes. Se requiere ayudar a los docentes a visualizar y establecer conexiones interdisciplinarias que permitan desarrollar aprendizajes en profundidad, respetando la forma de hacer y pensar en cada disciplina, así como establecer puntos de encuentro y diferencia entre estas (Ortiz-Revilla et al., 2020; Tytler et al., 2019).

Las proyecciones de este estudio contemplan el análisis de todos los programas de estudio de matemática desde primaria hasta secundaria y la identificación de oportunidades de integración para ambas asignaturas, como punto de partida del diseño de actividades integradas que permitan avanzar desde la contextualización interdisciplinar hacia oportunidades reales de integración de la matemática y la física.

REFERENCIAS

- Bisquerra, R. (2009). Metodología de la investigación educativa. La muralla
- Castro, A., Iturbe, C., Jiménez, R., y Silva, R. (2020). ¿Educación STEM o en humanidades? Una reflexión en torno a la formación integral del ciudadano del siglo XXI. *Utopía y Praxis Latinoamericana*, 25(1), 197-208. <https://produccioncientificaluz.org/index.php/utopia/article/view/34242>
- Chalmers, C., Carter, M. L., Cooper, T., y Nason, R. (2017). Implementing “Big Ideas” to Advance the Teaching and Learning of Science, Technology, Engineering, and Mathematics (STEM). *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(1), 25-43. <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9799-1>
- Clayton, M., Hagan, J., Ho, P. S., y Hudis, P. M. (2010). Designing Multidisciplinary Integrated Curriculum Units. Connect Ed: The California Center for College and Career.
- English, L. (2016). STEM education K-12: perspectives on integration. *International Journal of STEM Education*, 3(3). <https://doi.org/10.1186/s40594-016-0036-1>
- English, L. D., y King, D. T. (2015). STEM learning through engineering design: fourth-grade students’ investigations in aerospace. *International Journal of STEM Education*, 2(1). <https://doi.org/10.1186/s40594-015-0027-7>
- English, L. D., y King, D. (2019). STEM Integration in Sixth Grade: Designing and Constructing Paper Bridges. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(5), 863–884. <https://doi.org/10.1007/s10763-018-9912-0>
- Hefty, L. J. (2015). STEM Gives Meaning to Mathematics. *Teaching Children Mathematics*, 21(7), 422–429. <https://doi.org/10.5951/teacchilmath.21.7.0422>
- Honey, M., Pearson, G., y Schweingruber, H. A. (Eds.). (2014). *STEM integration in K- 12 education: Status, prospects, and an agenda for research* (Vol. 500). Washington, DC: National Academies Press.
- Hurst, C. (2015). Thinking big about mathematics, science, and technology: Effective teaching stems from big ideas. *International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education*, 23(3), 11-21
- Gresnigt, R., Taconis, R., van Keulen, H., Gravemeijer, K., y Baartman, L. (2014). Promoting science and technology in primary education: a review of integrated curricula. *Studies in Science Education*, 50(1), 47–84. <https://doi.org/10.1080/03057267.2013.877694>
- Kelley, T. R., y Knowles, J. G. (2016). A conceptual framework for integrated STEM education. *International Journal of STEM Education*, 3(11). <https://doi.org/10.1186/s40594-016-0046-z>
- López-Noguero, F. (2002). El análisis de contenido como método de investigación. *XXI Revista de Educación*, (4), 167–180. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/extart?codigo=309707>

- Ministerio de Educación (2016). *Programas de Estudios Primero Medio*. <https://www.curriculumnacional.cl/portal/Curso/Educacion-General/1-Medio/>
- Nadelson, L. S., y Seifert, A. L. (2019). Teaching and Learning Integrated STEM: Using Andragogy to Foster an Entrepreneurial Mindset in the Age of Synthesis. In *STEM Education 2.0* (pp. 53-71). Brill Sense. https://doi.org/10.1163/9789004405400_004
- Navarro, C. (2015). *Libros de texto gratuito de matemáticas, reforma 2011: el caso de los números naturales y números fraccionarios* (Tesis doctoral). Universidad Autónoma de Guerrero, Chilpancingo, Gro
- Ortiz-Revilla, J., Adúriz-Bravo, A., y Greca, I. (2020). A framework for Epistemological Discussion on Integrated STEM Education. *Science and Education*, 29(4), 857–880. <https://doi.org/10.1007/s11191-020-00131-9>
- Rennie L., Venville G. y Wallace J. (2018) Making STEM Curriculum Useful, Relevant, and Motivating for Students. In: Jorgensen R., Larkin K. (eds) *STEM Education in the Junior Secondary* (pp.91-109). Springer, Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-10-5448-8_6
- Reyes, J., Insorio, A., Ingreso, M., Hilario, F. y Gutierrez, C. (2019). Conception and Application of Contextualization in Mathematics Education. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 6 (1), 1-18. <https://dergipark.org.tr/en/pub/ijesim/issue/43715/454218>
- Thibaut, L., Ceuppens, S., De Loof, H., De Meester, J., Goovaerts, L., Struyf, A., Depaepe, F. (2018). Integrated STEM Education: A Systematic Review of Instructional Practices in Secondary Education. *European Journal of STEM Education*, 3(1). <https://doi.org/10.20897/ejsteme/85525>
- Tytler, R., Prain, V., y Hobbs, L. (2019). Rethinking Disciplinary Links in Interdisciplinary STEM Learning: a Temporal Model. *Research in Science Education*, 1-19. <https://doi.org/10.1007/s11165-019-09872-2>
- Zamora, J. (2013). *La contextualización de las matemáticas* (Trabajo fin de Máster). Universidad de Almería. <http://repositorio.ual.es/bitstream/handle/10835/2323/Trabajo.pdf?sequence=1&isAllowed=y>